

ФОРМУЛА ГРИНА

Вычислите криволинейные интегралы по замкнутым путям непосредственно и с помощью формулы Грина.

4297. $\oint_{\Gamma} (x+y)^2 dx - (x^2+y^2) dy$, где Γ — пробегаемый в положительном направлении контур треугольника с вершинами $A(1,1), B(3,2), C(2,5)$.

4298. $\oint_{\Gamma} xy^2 dx - x^2 y dy$, где Γ — окружность $x^2 + y^2 = a^2$, пробегаемая в положительном направлении.

С помощью криволинейных интегралов вычислите площади фигур, ограниченных следующими кривыми:

4309. $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) (астроида).

4312. $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ (лемниската).

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ

1. $z = f(x, y), (x, y) \in E$

$$S = \iint_E \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} dx dy$$

2. $\begin{cases} x = \varphi(u, v), \\ y = \psi(u, v), (u, v) \in D \\ z = \chi(u, v), \end{cases}$

$$S = \iint_D \sqrt{EG - F^2} du dv;$$

$$E = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial \chi}{\partial u}\right)^2,$$

$$E = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial \chi}{\partial v}\right)^2,$$

$$F = \frac{\partial \varphi}{\partial u} \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial \psi}{\partial u} \frac{\partial \psi}{\partial v} + \frac{\partial \chi}{\partial u} \frac{\partial \chi}{\partial v}$$

4036. Найдите площадь части поверхности $az = xy$, заключенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = a^2$.

4038. Найдите площадь части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, заключенной внутри цилиндра

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (b \leq a).$$

4041. Найдите площадь части поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, заключенной внутри цилиндра

$$x^2 + y^2 = 2x.$$

4045 б) Найдите площадь части поверхности $(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} + z = 1$, отсекаемой плоскостью $z = 0$.

4045 г) Найдите площадь части поверхности $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} = 2z$, вырезанной поверхностью $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИНТЕГРАЛ I РОДА

$$\iint_S F d\sigma = \iint_E F(x, y, f(x, y)) \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} dx dy$$

$$\iint_S F d\sigma = \iint_D F(\varphi(u, v), \psi(u, v), \chi(u, v)) \sqrt{EG - F^2} du dv;$$

4343. Вычислите $\iint_S (x + y + z) d\sigma$, где S — сфера $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

4350. Вычислите $\iint_S (xy + yz + zx) d\sigma$, где S — часть конической поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$,

вырезанная поверхностью $x^2 + y^2 = 2ax$.

ДЗ 4297, 4300; 4308, 4311

4037, 4042, 4043;

4341, 4344, 4345