

НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПАРАМЕТРА

Исследуйте интегралы на равномерную сходимость

1. $\int_0^{+\infty} \alpha e^{-\alpha x} dx$ а) $0 < a \leq \alpha \leq b$, б) $0 < \alpha \leq b$.

2 (3759). $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x-\alpha)^2+1}$. а) $0 \leq \alpha \leq b$, б) $\alpha \geq 0$.

3. $\int_1^{+\infty} x^\alpha e^{-x} dx$ а) $0 \leq \alpha \leq b$, б) $\alpha \geq 0$

4 (3762). $I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \sqrt{\alpha} e^{-\alpha x^2} dx$, $\alpha \geq 0$. а) $\alpha \geq \alpha_0 > 0$ б) $\alpha > 0$

Вычислите интегралы:

5. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x} dx = \ln 2$

6. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg 3x - \arctg x}{x} dx = \frac{\pi}{2} \ln 3$

7. $\int_0^{+\infty} \left(\frac{e^{-2x} - e^{-5x}}{x} \right)^2 dx = \ln \frac{10^{10} 4^4}{7^{14}}$

8 (3797). $I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\ln(1-\alpha^2 x^2)}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx = \pi(\sqrt{1-\alpha^2} - 1)$, $|\alpha| \leq 1$.

9 (3801). $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg \alpha x \arctg \beta x}{x^2} dx = I = \frac{\pi}{2}((\alpha + \beta) \ln(\alpha + \beta) - \alpha \ln \alpha - \beta \ln \beta)$, $\alpha, \beta > 0$

10 (3813). $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax^2} - \cos \beta x}{x^2} dx = \frac{\pi \beta}{2} - \sqrt{\pi a}$

11 (3819). $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^4 x}{x^2} dx = \frac{\pi}{4}$

Домашнее задание. 3756,3758,3763,3790,3792,3793,3798,3799.