

Проверочная работа

Дифференцирование функций нескольких переменных

Пример варианта (40 минут)

Вариант 1. 1. Найдите частные производные первого и второго порядков функции $\varphi(x, y) = f(x^2 - 2y, xy).$ 2. Найдите d^2z, при $x = 2, y = 2, z = 1$, если $x^2 + z + yz^2 = 7$.	Вариант 2. 1. Найдите частные производные первого и второго порядков функции $\varphi(x, y) = f(x^3 + y^2, 2xy).$ 2. Найдите d^2z при $x = 1, y = 2, z = 2$, если $x^2z + yz^2 = 10$.
--	---

Решение

Вариант 1

1. $\varphi(x, y) = f(x^2 - 2y, xy)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= f_1' 2x + f_2' y & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= f_{11}'' 4x^2 + f_{12}'' 4xy + f_{22}'' y^2 + f_1' 2 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= f_1' (-2) + f_2' x & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} &= f_{11}'' (-4x) + f_{12}'' 2x^2 + f_{12}'' (-2y) + f_{22}'' xy + f_2' \\ & & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} &= f_{11}'' 4 + f_{12}'' (-4x) + f_{22}'' x^2 \end{aligned}$$

2. $x^2 + z + yz^2 = 7$

$$2xdx + dz + z^2dy + 2yzdz = 0 \quad 2dx^2 + d^2z + 2zdydz + 2ydz^2 + 2zdydz + 2ydz^2 = 0$$

$$4dx + dz + dy + 4dz = 0 \quad 2dx^2 + 4dydz + 4dz^2 + 5d^2z = 0$$

3. $4dx + dy + 5dz = 0$

$$2dx^2 - \frac{4}{5}(4dx + dy)\left(dy - \frac{4}{5}dx - \frac{1}{5}dy\right) + 5d^2z = 0$$

$$dz = -\frac{1}{5}(4dx + dy) \quad 2dx^2 + \frac{4}{5}(4dx + dy)\left(\frac{4}{5}dx - \frac{4}{5}dy\right) + 5d^2z = 0$$

$$d^2z = \frac{1}{125}(-114dx^2 + 48dxdy + 16dy^2)$$