Вариант 1.

1) Найдите $f^{(18)}(x)$ для функции $f(x)=\dfrac{x^2+1}{\sqrt{2x+1}}$.

2) Найдите $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ для функции, заданной параметрически уравнениями

$$\begin{cases} x=\dfrac{t^2}{1+t^3}, \\ y=\dfrac{t^3}{1+t^3}. \end{cases}$$

3) Найдите $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ в точке $(1,2)$ для функции $y=y(x)$ заданной неявно уравнением

$$x^3+x^2y+xy^2+y^3=15.$$

4) Разложите по формуле Тейлора по степеням x до $o\left(x^3\right)$ функцию

$$f(x)=\sqrt{1+2\operatorname{arctg} x}.$$

5) Выделите главную часть бесконечно малой функции

$$\alpha(x)=e^{x^2}-e^x\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\ln x\right)-\frac{15e}{8}(x-1)^2,\ x\to 1$$

6) Найдите предел функции $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\pi-2\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

Вариант 2.

1) Найдите $f^{(15)}(x)$ для функции $f(x)=\dfrac{x^2+x}{\sqrt{3x+1}}$.

2) Найдите $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ для функции, заданной параметрически уравнениями

$$\begin{cases} x=\left(1+\cos^2 t\right)\sin t, \\ y=\sin^2 t\cos t. \end{cases}$$

3) Найдите $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ в точке $(1,2)$ для функции $y=y(x)$ заданной неявно уравнением

$$x^4+x^2y^2+y^4=21.$$

4) Разложите по формуле Тейлора по степеням x до $o\left(x^3\right)$ функцию

$$f(x)=\sqrt{1+2\sin x}.$$

5) Выделите главную часть бесконечно малой функции

$$\alpha(x)=2e^{\sin\pi x}+\sqrt{\cos 2\pi x}+2\operatorname{tg}\pi x-3,\ x\to 1.$$

6) Найдите предел функции $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\pi}\arccos x\right)^{1/x}$

Ответы

Вариант 1 1. $f(x)=\dfrac{x^2+1}{\sqrt{2x+1}}$, $f^{(18)}(x)=\dfrac{3\cdot 31!!\left(x^2+12x+487\right)}{(2x+1)^{37/2}}$ 2. $\begin{cases} x=\dfrac{t^2}{1+t^3}, \\ y=\dfrac{t^3}{1+t^3}. \end{cases}$ $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{3t}{2-t^3}$, $\dfrac{d^2y}{dx}=6\dfrac{\left(1+t^3\right)^3}{t\left(2-t^3\right)^3}$ 3. $y'=-\dfrac{11}{17}, y''=-\dfrac{2340}{17^3}=-\dfrac{2340}{4913}, y'''=-\dfrac{615960}{17^5}=-\dfrac{615960}{1419857}$ 4. $f(x)=\sqrt{1+2\operatorname{arctg}x}=1+x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{6}-\dfrac{7x^4}{24}+\dfrac{23x^5}{40}+o\left(x^5\right)$ 5. $e^{x^2}-e^x\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{2}\ln x\right)-\dfrac{15e}{8}(x-1)^2\sim\dfrac{45e}{16}(x-1)^3,\ x\to 1$ 6. $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\pi-2\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)=2$
Вариант 2 1. $f(x)=\dfrac{x^2+x}{\sqrt{3x+1}}$, $f^{(15)}(x)=\dfrac{3^{14}\cdot 25!!\left(-9x^2+21x+530\right)}{2^{15}(3x+1)^{31/2}}$ 2. $\begin{cases} x=\left(1+\cos^2 t\right)\sin t, \\ y=\sin^2 t\cos t. \end{cases}$ $\dfrac{dy}{dx}=\operatorname{tg}x$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{1}{\cos^3 t\left(3\cos^2 t-1\right)}$ 3. $y'=-\dfrac{1}{3}, y''=-\dfrac{91}{162}, y'''=-\dfrac{2443}{2916}$ 4. $f(x)=\sqrt{1+2\sin x}=1+x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{11x^4}{24}+\dfrac{19x^5}{30}+o\left(x^5\right)$ 5. $\alpha(x)=2e^{\sin\pi x}+\sqrt{\cos 2\pi x}+2\operatorname{tg}\pi x-3\sim\dfrac{2}{3}\pi^3(x-1)^3,\ x\to 1$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\pi}\arccos x\right)^{1/x}=e^{-2/\pi}$