Вариант 9

1. Измените порядок интегрирований:

$$\int_0^2 dx \int_x^{x^2+4} f(x,\ y)dy = \int_0^2 dy \int_0^y f(x,\ y)dx + \int_2^4 dy \int_0^2 f(x,\ y)dx + \int_4^8 dy \int_{\sqrt{y-4}}^2 f(x,\ y)dx .$$

2. Вычислите двойной интеграл

$$\iint\limits_{E:\frac{x}{2}+\frac{y}{5}\le 1,\ x,y\ge 0} \left(2x^2+y^2\right)dxdy = \begin{bmatrix} x=2u \\ y=5v \end{bmatrix} = 10 \iint\limits_{E_1:u+v\le 1,\ u,v\ge 0} \left(8u^2+25v^2\right)dudv =$$

$$= 330 \iint\limits_{E_1:u+v\le 1,\ u,v\ge 0} v^2 dudv = \frac{330}{12} = \frac{55}{2}$$

3. Вычислите тройной интеграл

$$I = \iiint\limits_{V:x^2+4y^2\le 4;\ 0\le z\le 3} \left(2y^2+z^2\right)dxdydz = \begin{bmatrix} x=2u \\ y=v \\ z=3w \end{bmatrix} = 6 \iiint\limits_{V_1:u^2+v^2\le 1;\ 0\le w\le 1} \left(2v^2+9w^2\right)dudvdw;$$

$$\iiint\limits_{V_1} \left(u^2+v^2\right)dudvdw = 2\pi \int_0^1 r^3 dr = \frac{\pi}{2};\ \iiint\limits_{V_1:} w^2 dudvdw = \pi \int_0^1 w^2 dw = \frac{\pi}{3};$$

$$I = 3\pi + 18\pi = 21\pi$$