

Занятия 3–4 Степенные ряды

Найдите радиус и интервал сходимости, исследуйте поведение степенных рядов в граничных точках интервала сходимости.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{(n+5)^{\alpha}} \frac{(x-4)^n}{4^n}.$$

$$2813. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n.$$

$$2816. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

$$2818. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right)^p \left(\frac{x-1}{2} \right)^n.$$

$$2820. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m(m-1) \cdots (m-n+1)}{n!} x^n.$$

ДЗ 2812, 2814, 2815, 2819.

Разложите функции в ряд Тейлора

$$\frac{1}{1-x}, \frac{1}{(1-x)^2} \text{ по степеням } x, (x+1).$$

Разложите функции в ряд Тейлора по степеням x .

$$2841. \operatorname{sh} x.$$

$$2851. e^{-x^2}.$$

$$2860. \frac{x}{(1-x)(1-x^2)}.$$

$$2857. \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

$$\frac{6-x}{(3-x)^3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)(n+4)}{2} \frac{x^n}{3^{n+2}}$$

$$2863. \frac{x \cos \alpha - x^2}{1 - 2x \cos \alpha + x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} x^n \cos n\alpha; |x| < 1.$$

$$2871. f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}).$$

$$28736. f(x) = \frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x.$$

$$2885. f(x) = (1+x^2) \operatorname{arctg} x.$$

$$2886. f(x) = e^x \cos x.$$

ДЗ 2842, 2852, 2853, 2858 2862а, 2859, 2864, 2866, 2873 ж, 2882;

Суммирование рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(n+1)}{3^n} = \frac{45}{8}.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+5}{n+1} x^n = \frac{-x+4 \ln(1-x)-4x \ln(1-x)}{x(x-1)}.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+5}{n!} x^n = e^x (x^2+x+5).$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+5}{n!} = 7e.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+5}{(2n)!} (-1)^n x^{2n} = \frac{1}{2} (10 \cos x - x \sin x).$$

ДЗ

$$2907, 2912, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n} = 26, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} = 2e, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+3}{(2n+1)!} (-1)^n = \frac{1}{2} (\cos 1 + 5 \sin 1).$$