ТРОЙНОЙ ИНТЕГРАЛ

Различными способами расставьте пределы интегрирования

4082. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int\limits_{\sqrt{x^2+y^2}}^{1} f(x,y,z)\,dz$

Сведите тройной интеграл к однократному

4085. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{x+y} f(z)\,dz$

Вычислите тройные интегралы:

4077. $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$, тело V ограничено поверхностями $x+y+z=1, x=0, y=0, z=0.$

Ответ: $\frac{1}{2}\ln 2 - \frac{5}{16}$.

4079. $\iiint\limits_V \left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right) dxdydz$, тело V ограничено поверхностью $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

Ответ: $\frac{4}{5}\pi abc$.

4080. $\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$, тело V ограничено поверхностями $x^2+y^2=z^2, z=1.$

Ответ: $\frac{\pi}{6}$.

4088. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int\limits_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} z^2 dz$.

Ответ: $\frac{\pi}{15}\left(2\sqrt{2}-1\right)$.

4091. $\iiint\limits_V \left(x^2+y^2\right) dxdydz$, тело V ограничено поверхностями $x^2+y^2=2z, z=2.$

Ответ: $\frac{16\pi}{3}$.

4092. $\iiint\limits_V x^2 dxdydz$, тело V ограничено поверхностями $z = ay^2, z = by^2, y > 0 \ (0 < a < b)$,

$z = \alpha x, z = \beta x \ (0 < \alpha < \beta), \ z = h \ (h > 0)$.

Ответ: $\frac{2}{27}\left(\frac{1}{\alpha^3} - \frac{1}{\beta^3}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right)h^4\sqrt{h}$.

Найдите объемы тел, ограниченных следующими поверхностями:

4102. $z = x + y, z = xy, x + y = 1, x = 0, y = 0.$

Ответ: $\frac{7}{24}$.

4108. $\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^2 = a^2\left(x^2 + y^2 - z^2\right).$

Ответ: $\frac{\pi^2 a^3}{4\sqrt{2}}$.

4118 б). $\sqrt[3]{\frac{x}{a}} + \sqrt[3]{\frac{y}{b}} + \sqrt[3]{\frac{z}{c}} = 1, \ a, b, c > 0; \ x, y, z \geq 0.$

Ответ: $\frac{abc}{1680}$.

ДЗ

4081, 4083; 4084;

4076, 4078, 4087, 4090, 4093;

4101, 4110, 4118 а).