

Занятия 1–2.

Функциональные последовательности и ряды

I. Найдите множества сходимости (абсолютной и условной) следующих функциональных рядов

$$2717. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n$$

$$2723. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^p}{1+n^q} \sin nx, \quad q > 0, 0 < x < \pi$$

$$2724. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}$$

$$2727. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(1+x)(1+x^2) \cdots (1+x^n)}$$

$$2731. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+x)^n}{n^{n+x}}$$

$$2733. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+y^n}, \quad y \geq 0$$

Домашнее задание

$$2716. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{x^n},$$

$$2726. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$$

$$2728. \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-nx}$$

$$2735. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1+x^n)}{n^p}, \quad x \geq 0$$

II. Исследуйте равномерную сходимость последовательностей

$$2748. f_n(x) = x^n - x^{2n}; 0 \leq x \leq 1.$$

$$2750. f_n(x) = \frac{nx}{1+n+x}; 0 \leq x \leq 1.$$

$$2752. f_n(x) = \frac{2nx}{1+n^2x^2}; a) 0 \leq x \leq 1; b) 1 < x < +\infty.$$

$$2755. a) f_n(x) = \frac{\sin nx}{n}; b) f_n(x) = \sin \frac{x}{n}; -\infty < x < +\infty.$$

Домашнее задание

2746, 2747, 2749, 2751;

III. Исследуйте равномерную сходимость рядов

$$2770. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x^n}{n} - \frac{x^{n+1}}{n+1} \right), 0 < x < 1.$$

$$2773. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{(1+x)(1+2x) \cdots (1+nx)}; a) 0 \leq x \leq \varepsilon; b) x \geq \varepsilon$$

$$2774 \text{ г). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^5x^2}; -\infty < x < +\infty.$$

$$2775. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}; a) \varepsilon \leq x \leq 2\pi - \varepsilon; b) 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$2780. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2\pi n}{3}}{\sqrt{n^2 + x^2}}; -\infty < x < +\infty.$$

Домашнее задание

2772, 2774 а), в), 2777.