Занятие 6 Определенный интеграл

2207. $\int\limits_0^{\pi} \sin x dx = 2$

2214. $\int\limits_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{(1-2ax+a^2)(1-2bx+b^2)}} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \frac{1+\sqrt{ab}}{1-\sqrt{ab}} \ (|a|<1, |b|<1, ab>0)$

2221. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2} \right) = \frac{\pi}{4}$

2241. $\int\limits_0^{2\pi} x^2 \cos x dx = 4\pi$

2246. $\int\limits_0^{a} x^2 \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{\pi a^4}{16}$

2248. $\int\limits_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1} dx = 2 - \frac{\pi}{2}$

2257. Доказать, что для непрерывной функции f

$$\int\limits_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int\limits_0^{\pi} f(\sin x) dx$$

2274. $\int\limits_0^{3} \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} dx = \frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$

2275. $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{(2+\cos x)(3+\cos x)} = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$

$$\int\limits_0^{\pi/2} \sin^n x \cos^m x dx = \begin{cases} \frac{(n-1)!!(m-1)!!}{(n+m)!!} \frac{\pi}{2}, & n, m \text{ четны;} \\ \frac{(n-1)!!(m-1)!!}{(n+m)!!}, & \text{в других случаях} \end{cases}$$

2291. $\int\limits_0^{\pi} \frac{\sin nx}{\sin x} dx = \begin{cases} 0, \; n \textit{ четно} \\ \pi, \; n \textit{ ненчетно} \end{cases}$

2295. $\int\limits_0^{\pi} \sin^{n-1} x \cos(n+1) x dx = 0$

Домашнее задание

2210, 2215, 2223, 2240, 2247, 2249, 2273, 2279, 2284, 2292.