

Занятие 9

Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно

$$\begin{cases} x = \varphi(t), \\ y = \psi(t). \end{cases} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)} \right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\psi''(t)\varphi'(t) - \psi'(t)\varphi''(t)}{(\varphi'(t))^3}$$

Найдите $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^3y}{dx^3}$

1141 $x = a \cos t$, $y = a \sin t$

1142 $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$

1146 $x^2 + y^2 = 25$. Чему равны y' , y'' , y''' в точке $M(3, 4)$?

$$\left(y' = -\frac{3}{4}, y'' = -\frac{25}{64}, y''' = -\frac{225}{1024} \right)$$

Уравнение касательной

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

1055 Написать уравнения касательной к кривой

$$y = (x+1)\sqrt[3]{3-x}$$

в точках $A(-1;0)$; $B(2;3)$; $C(3;0)$

1070 Докажите, что у астроида $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ ($a > 0$) длина отрезка касательной, заключенного между осями координат, есть величина постоянная.

1076 Докажите, что семейства парабол

$$y^2 = 4a(a - x) \quad (a > 0)$$

$$y^2 = 4b(b + x) \quad (b > 0)$$

образуют ортогональную сетку.

1078 Напишите уравнения касательных к кривой

$$x = \frac{2t + t^2}{1 + t^3}, \quad y = \frac{2t - t^2}{1 + t^3}$$

в точках $t = 0, t = 1, t = \infty$

1082 $xy + \ln y = 1$ $M(1, 1)$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1140, 1143, 1148;

1068, 1073, 1081.