

Занятия 6 НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ

667. Пусть $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = 5$. Для произвольного $\varepsilon > 0$ найдите максимальное $\delta > 0$ такое, что из неравенства $|x - x_0| < \delta$ вытекало неравенство $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$.

669. Пусть для некоторых $\varepsilon > 0$ можно найти соответствующие $\delta > 0$ такие, что $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$, если только $|x - x_0| < \delta$.

Можно ли утверждать, что функция f непрерывна в точке x_0 , если:

а) числа ε образуют конечное множество;

б) числа ε образуют бесконечное множество дробей $\frac{1}{2^n}$, $n = 1, 2, \dots$?

674 Ж. С помощью $\varepsilon - \delta$ рассуждений доказать непрерывность $\cos x$.

Исследовать на непрерывность и построить графики:

675. $f(x) = |x|$.

678. а) $f(x) = \left| \frac{\sin x}{x} \right|$, **б)** $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$.

681. $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$, если $x \neq 0$, $f(0) = 0$.

682. $f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x-1}}}$, если $x \neq 1$, $f(1)$ произвольно.

Укажите точки разрыва и исследуйте их характер:

696. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$.

688. $y = \frac{1+x}{1+x^3}$.

690. $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}}$.

734. Докажите, что функция Дирихле

$$\chi = \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \cos^n (\pi m! x) \right\}$$

разрывна во всех точках.

736. Докажите, что функция Римана

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n}, & \text{если } x = \frac{m}{n}, \text{ где } m, n \text{ взаимно простые числа,} \\ 0, & \text{если } x \text{ иррационально,} \end{cases}$$

разрывна для рациональных x и непрерывна для иррациональных x .

Домашнее задание

666, 674 Г, 676, 679, 680, 701, 702, 717, 718, 735.