

Занятие 2

Последовательность. Предел последовательности.

Определение предела последовательности

$$x_n \rightarrow a, \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \text{ если}$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N \forall n > N |x_n - a| < \varepsilon$$

$$\text{Докажите: } \frac{1}{n} \rightarrow 0, \frac{1}{n^2} \rightarrow 0, \frac{2n+1}{3n+1} \rightarrow \frac{2}{3}$$

Докажите следующие равенства:

$$58. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n} = 0.$$

$$59. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!} = 0.$$

$$65. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1.$$

$$66. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} = 0.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^2 - n + 8}; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n + 15}{3n^2 - n + 8}; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 + 15}{3n^2 - n + 8};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n+1}); \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+4} - \sqrt[3]{n+2})$$

$$48. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin n!}{n+1}.$$

$$52. \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{n} - \frac{2}{n} + \frac{3}{n} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{n}{n} \right|$$

$$54. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \dots + \frac{(2n-1)^2}{n^3} \right)$$

$$55. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} \right)$$

$$56. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

№№ 42 Докажите, что x_n — бесконечно малая последовательность ($\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$), указав для всякого $\varepsilon > 0$ число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|x_n| < \varepsilon$ при $n > N$, если

а) $x_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, в) $x_n = \frac{2n}{n^3 + 1}$

60. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{a^n} = 0$ ($a > 1$).

61. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0$.

62. $\lim_{n \rightarrow \infty} nq^n = 0$ ($|q| < 1$).

63. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$ ($a > 0$).

46. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10000n}{n^2 + 1}$.

47. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$.

51. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$

53. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \dots + \frac{n^2}{n^3} \right)$